Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 17, pp. 643–654. Pergamon Press 1974. Printed in Great Britain

ETUDE THEORIQUE DE L'EVAPORATION D'UNE PARTICULE SPHERIQUE D'UN MATERIAU REFRACTAIRE DANS UN PLASMA THERMIQUE

C. BONET
Laboratoire des Ultra-Réfractaires du CNRS, B.P. n° 5, 66120 Font-Romeu, France

M. DAGUENET
Laboratoire de Cinétique Physique et d'Electrochimie, Centre Scientifique Universitaire, Route de Villeneuve, 66000 Perpignan, France

et

P. DUMARGUE
Laboratoire de Cinétique Physique, I.U.T. de Génie Mécanique, 16016 Angoulême, France

(*Reçu le* 25 *Avril* 1973)

Résumé—L'étude théorique des transferts de chaleur et de matière, lors de l'évaporation d'une particule sphérique d'un matériau réfractaire dans un plasma thermique, est présentée dans le cas d'un fluide (plasma) à propriétés physiques variables.

Une solution générale de l'évaporation à faibles nombres de Reynolds et de Peclet est proposée qui tient compte, non seulement de l'effet Soret, de la diffusion enthalpique et du rayonnement de la particule, mais encore du rayonnement du plasma et de l'effet Dufour lorsque leur contribution respective est faible.

NOMENCLATURE

c,	fraction massique du fluide en vapeur;
D,	coefficient de diffusion de la vapeur dans le fluide;
$\mathscr{F}$,	nombre de Froude;
h,	enthalpie massique du fluide;
j,	densité de flux de diffusion ou d'évaporation;
K,	conductivité thermique du fluide;
L,	enthalpie massique d'évaporation;
Le,	nombre de Lewis;
N, N',	paramètres de rayonnement;
Nu,	nombre de Nusselt;
Pe,	nombre de Peclet;
Pr,	nombre de Prandtl;
q_c,	densité de flux de chaleur échangée autrement que par rayonnement;
q_r,	densité de flux de chaleur échangée par rayonnement;
r,	distance au centre de la sphère;
r_0,	rayon de la sphère;
Re,	nombre de Reynolds;
Sc,	nombre de Schmidt;
Sh,	nombre de Sherwood;
T,	température;
U,	vitesse barycentrique.

Lettres grecques

α,	coefficient moyen d'absorption de Planck;
β,	nombre de diffusion thermique effet Dufour;
γ,	nombre de diffusion thermique effet Soret;
ε,	émissivité de la particule;
η,	viscosité dynamique du fluide;
Θ,	température réduite en l'absence de perturbation;
θ',	perturbation de Θ due à l'effet Dufour et au rayonnement du plasma;
θ'',	perturbation de Θ due à la convection forcée;
ρ,	masse volumique du fluide.

Indices

$+$,	grandeur réduite;
p,	se rapporte au plasma;
v,	se rapporte à la vapeur;
s,	valeur de la grandeur à la surface de la particule.

INTRODUCTION

DANS le but d'étudier le traitement thermique de réfractaires sous forme divisée dans un écoulement de plasma lent, il est nécessaire de calculer et de mesurer les flux de chaleur et de matière échangés entre le plasma et la phase condensée en traitement.

Sur le plan théorique, l'étude de l'évaporation convective d'une particule sphérique à haute température est complexe, du fait des propriétés physiques variables du fluide et des nombreux phénomènes responsables du transfert de chaleur et de matière.

Dans ce qui suit, nous n'aborderons pas l'étude du rôle de la convection forcée—à faibles nombres de Reynolds et de Peclet—étude qui nécessite le calcul de la correction apportée à l'écoulement de Stokes du fait des propriétés physiques variables du fluide. Nous utiliserons les équations générales de la thermodynamique des processus irréversibles, dans un système binaire (constitué du plasma et de la vapeur du réfractaire), pour des faibles fractions massiques en vapeur du fluide.

1. LES EQUATIONS DE TRANSFERT

Considérons une particule sphérique d'un matériau réfractaire plongée dans un plasma thermique et siège d'une évaporation. Nous nous proposons de calculer les flux de chaleur et de matière à la surface de la sphère. Du fait de l'existence de forts gradients de température au voisinage de la particule, les propriétés physiques du fluide sont variables. De plus nous tenons compte des couplages entre les transferts de chaleur, de matière, d'impulsion.

1.1 *Equation de transfert d'impulsion barycentrique*

Soient ρ la masse volumique, $\vec{U}$ la vitesse barycentrique, η la viscosité, T la température thermodynamique, p la pression, toutes ces grandeurs locales étant relatives au fluide (plasma enrichi de la vapeur du réfractaire). Soient t le temps, $\vec{F}$ la résultante des forces extérieures massiques, c_0 la vitesse de la lumière, σ la constante de Stefan ($\sigma = 5{,}675-10^{-8}\,\mathrm{W.m^{-2}\,K^{-4}}$). L'équation de transfert d'impulsion barycentrique s'écrit [1,2]:

$$\rho\frac{\mathrm{d}\vec{U}}{\mathrm{d}t} = \rho\vec{F}-\overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(p+\frac{4}{3}\frac{\sigma}{c_0}T^4\right) +\vec{\Delta}(\eta\vec{U})-\vec{U}\Delta\eta-(\overrightarrow{\mathrm{Rot}}\,\vec{U})_\wedge\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\eta +\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\eta\,\mathrm{div}\,\vec{U})-\mathrm{div}\,\vec{U}\,.\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\eta. \quad (1)$$

Dans cette expression le terme

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{\sigma}{c_0}T^4$$

est la pression de rayonnement.

1.2 *Equation de conservation de la masse*

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{div}\,\rho\vec{U} = 0. \quad (2)$$

1.3 *Equation de transfert d'enthalpie*

Soient h l'enthalpie locale massique du fluide, $\vec{q}_r$ la densité locale de flux de chaleur échangée par rayonnement, $\vec{q}_c$ la densité locale de flux de chaleur échangée autrement que par rayonnement, ϕ la fonction de dissipation d'énergie par viscosité. L'équation de transfert d'enthalpie s'écrit [1, 2]:

$$\rho\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[h+\frac{16}{3}\frac{\sigma}{\rho c_0}T^4\right] = -\mathrm{div}[\vec{q}_c+\vec{q}_r] +\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[p+\frac{4}{3}\frac{\sigma}{c_0}T^4\right]+\eta\phi. \quad (3)$$

Dans cette expression le terme

$$\frac{16}{3}\cdot\frac{\sigma}{\rho c_0}T^4$$

est l'enthalpie de rayonnement. La densité de flux de chaleur $\vec{q}_c$ comprend—la conduction thermique—le flux de chaleur dû à l'effet Dufour—un flux de chaleur dû au transport d'enthalpie par diffusion. D'où:

$$\vec{q}_c = -K\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,T-s_dD\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,c+(h_v-h_p)\vec{\jmath}. \quad (4)$$

Les grandeurs locales K, D, c, h_v, h_p, $\vec{\jmath}$ sont définies de la façon suivante: K est la conductivité thermique du fluide, D le coefficient de diffusion de la vapeur dans le fluide, c sa fraction massique, h_v et h_p les enthalpies massiques des deux constituants du fluide, la vapeur du réfractaire et le plasma exempt de vapeur, $\vec{\jmath}$ la densité de flux massique de vapeur. Enfin s_d est le coefficient de Dufour

La densité de flux de chaleur échangée par rayonnement, $\vec{q}_r$, comprend deux termes:

$\vec{q}_{r1}$, densité de flux de rayonnement émis par la particule.

$\vec{q}_{r2}$, densité de flux de rayonnement du fluide vers la particule, qui dépend de l'épaisseur optique du fluide.

Dans le cas d'un plasma optiquement mince et d'une particule présentant une surface externe grise, nous adoptons l'expression suivante pour $\vec{q}_{r2}$ valable dans le cas d'une plaque plane [3, 4], mais que nous adaptons au cas d'une particule sphérique.

$$\mathrm{div}\,\vec{q}_{r2} = 2\alpha(T_p)\sigma T_p^4\left\{2\left[\frac{\alpha(T)}{\alpha(T_p)}\cdot\left(\frac{T}{T_p}\right)^4-1\right] -\varepsilon(T_s)\left[\frac{\alpha(T_s)}{\alpha(T_p)}\cdot\left(\frac{T_s}{T_p}\right)^4-1\right]\right\}. \quad (5)^*$$

Dans cette expression, T_p et T_s sont respectivement les températures du plasma et de la surface externe de la particule, $\alpha(T)$ le coefficient moyen d'absorption, $\varepsilon(T_s)$ l'émissivité de la particule. $\alpha(T)$ est défini de la façon

*(5) et (11) ont été établies en supposant $\alpha_v(T)$ indépendant de la température.

suivante:

$$\alpha(T) = \frac{\int_0^\infty R_\nu(T)\alpha_\nu(T)\,d\nu}{\int_0^\infty R_\nu(T)\,d\nu} = \frac{\int_0^\infty R_\nu(T)\alpha_\nu(T)\,d\nu}{\sigma T^4}. \quad (6)$$

Ici $R_\nu(T)$ est la radiance d'une source monochromatique de fréquence ν et de température T, $\alpha_\nu(T)$ le coefficient d'absorption monochromatique.

L'expression de $\vec{q}_{r1}$ dans un système possédant la symétrie sphérique est la suivante [3]:

$$\vec{q}_{r1} = -\sigma\varepsilon(T_s)T_s^4 r_0^2\left[1-\frac{\alpha(T_s)}{\alpha_0}\right]\overrightarrow{\text{grad}}\,\frac{1}{r}. \quad (7)$$

Dans le cas du plasma optiquement mince, nous négligeons l'absorption du plasma et nous posons:

$$\vec{q}_{r1} = -\sigma\varepsilon(T_s)T_s^4 r_0^2\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\frac{1}{r}. \quad (8)$$

Dans (8) et (7) r est la distance au centre de la sphère de rayon r_0 portée à la température T_s.

1.4 *Equation de transfert de matière ou de diffusion*

$$\rho\frac{dc}{dt} + \text{div}\,\vec{\jmath} = 0. \quad (9)$$

La densité de flux de diffusion massique $\vec{\jmath}$ comprend un flux caractérisant la diffusion due au gradient de concentration, et un flux dû à l'effet Soret [1, 2]. D'où:

$$\vec{\jmath} = -\rho D[\overrightarrow{\text{grad}}\,c + s_t c\,\overrightarrow{\text{grad}}\,T]. \quad (10)^*$$

Le coefficient s_t est celui de Soret.

1.5 *Limitation des équations de transfert*

Les expressions (4) et (10) de $\vec{q}_c$ et $\vec{\jmath}$ sont valables dans le cas d'un système binaire, dans lequel nous avons postulé la linéarité des flux thermodynamiques en fonction des forces thermodynamiques. De plus, au second membre de (9) ne figure aucun terme de source ou de puits massique relatif à une réaction chimique.

Or le plasma contient plusieurs espèces chimiques (molécules, atomes, ions, électrons). En outre, la vapeur du réfractaire peut être le siège d'une forte décomposition qui a pour effet de multiplier le nombre des espèces chimiques caractérisant l'état de la vapeur à haute température.

Enfin le matériau réfractaire, sous forme condensée ou vapeur, peut être chimiquement réactif vis à vis du plasma.

Nous admettrons donc que, malgré la multiplicité des espèces constituant le vapeur et le plasma, les expressions de $\vec{q}_c$ et $\vec{\jmath}$ sont les mêmes que dans le cas d'un système binaire où la vapeur et le plasma seraient considérés comme deux espèces chimiques uniques, inertes l'une par rapport à l'autre.

Cependant, les propriétés physiques décrivant un tel système idéal tiennent compte de la décomposition de ses constituants, en l'absence de réaction chimique entre le matériau réfractaire, sous forme condensée ou vapeur, et le plasma.

1.6 *Les équations d'état*

Nous admettons que, dans le cas des *faibles fractions massiques en vapeur* que nous allons étudier, cette dernière modifie les propriétés physiques du plasma de façon négligeable. En conséquence, les propriétés physiques du fluide ne dépendent que de la température et ont même valeur que celle du plasma pur, exempt de vapeur.

Les équations d'état décrivant le système sont les suivantes:

—pour le fluide:
 conductivité thermique $K(T)$
 masse volumique $\rho(T)$
 viscosité $\eta(T)$
 viscosité cinématique $\nu(T)$
 enthalpie massique $h_p(T)$
 coefficient moyen d'absorption $\alpha(T)$

—pour la vapeur du réfractaire:
 enthalpie massique $h_v(T)$
 coefficient de diffusion dans le fluide $D(T)$
 fraction massique de vapeur en équilibre avec la phase condensée $C_e(T_s)$
 enthalpie massique de vaporisation $L(T_s)$

—pour le réfractaire sous forme condensée:
 émissivité de la particule $\varepsilon(T_s)$
 masse volumique $\mu(T_s)$

1.7 *Hypothèses simplificatrices*

La particule est sphérique et son rayon est grand devant le libre parcours moyen des espèces présentes dans le fluide.

La variation du rayon de la particule est suffisamment lente pour qu'à chaque instant le champ des vitesses et la distribution des fractions massiques et de la température soient ceux de l'état stationnaire d'évaporation d'une particule de rayon maintenu constant (phénomène quasi-stationnaire).

La particule est rigide.

La pression et l'enthalpie de rayonnement sont négligeables devant la pression et l'enthalpie du plasma.

Le travail des forces extérieures massiques est négligeable.

Les nombres d'Eckert* et de Reynolds (13) sont très

*L'expression (10) de $\vec{\jmath}$ est valable pour les faibles fractions massiques en vapeur.

*Le nombre d'Eckert, Ec, est défini par

$$Ec = \frac{U_0^2}{h_p(T_p)}$$

(U_0 vitesse de la particule relativement au plasma).

petits. Le travail des forces de pression et les pertes d'énergie par viscosité sont négligeables dans l'équation de transfert d'enthalpie, ainsi que les forces d'inertie dans l'équation d'impulsion barycentrique.

Le plasma est un milieu infini, isotrope, en équilibre thermodynamique local.

La pression de vapeur à la surface du grain est la pression de vapeur saturante correspondant à la température de paroi considérée. Rappelons enfin les hypothèses du §1.5.:

Il n'y a pas de réaction chimique entre le réfractaire sous forme condensée ou vapeur et le plasma.

La décomposition thermique de la vapeur du réfractaire et celle du plasma ne modifient pas les expressions (4) et (10) de $\vec{q}_c$ et $\vec{j}$: le système est considéré du point de vue phénoménologique comme un système binaire.

1.8 *Définition d'une conductivité thermique équivalente dans le cas d'un plasma optiquement épais*

Dans le cas d'un plasma gris optiquement épais, l'expression de $\vec{q}_{r2}$, démontrée pour une plaque plane mais que nous adaptons au cas d'une particule sphérique est la suivante [3]:

$$\vec{q}_{r2} = \frac{16}{3}\sigma\frac{T^3}{\alpha_R(T)}\overrightarrow{\text{grad}}\,T \times\left\{\left[1-\frac{\varepsilon(T_s)}{2}\right]\exp\left(-\frac{3}{2}\alpha_0 r\right)-1\right\}. \quad (11)$$

Avec α_R, coefficient moyen d'absorption de Rosseland, et α_0, coefficient moyen d'absorption des bandes d'absorption du plasma, définis par:

$$\alpha_R^{-1}(T) = \int_0^\infty \frac{1}{\alpha_\nu(T)}\cdot\frac{\mathrm{d}R_\nu(T)}{\mathrm{d}\nu}\cdot\mathrm{d}\nu,$$

$$\alpha_0^2(T) = \alpha_R(T)\alpha(T)\left[1+\frac{T}{4}\frac{\mathrm{d}\log\alpha(T)}{\mathrm{d}T}\right]$$

Il vient alors:

$$\vec{q}_c+\vec{q}_{r2} = -\left[K(T)+\frac{16}{3}\sigma\frac{T^3}{\alpha_R(T)} \times\left\{1-\left[1-\frac{\varepsilon(T_s)}{2}\right]\exp\left(-\frac{3}{2}\alpha_0 r\right)\right\}\right]\overrightarrow{\text{grad}}\,T - s_d D(T)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,c+(h_v-h_p)\vec{j}.$$

Posons:

$$K_e(T) = K(T)+\frac{16}{3}\sigma\frac{T^3}{\alpha_R(T)} \left\{1-\left[1-\frac{\varepsilon(T_s)}{2}\right]\exp\left(-\frac{3}{2}\alpha_0 r\right)\right\}. \quad (11\text{ bis})$$

$K_e(T)$ est la conductivité thermique équivalente du plasma optiquement épais.

Les calculs qui seront entrepris ultérieurement traiteront du cas du plasma optiquement mince. Cependant, il sera possible d'en déduire des résultats valables pour le plasma épais en substituant $K_e(T)$ à $K(T)$ et en posant $\vec{q}_{r2} = 0$.

1.9 *Les équations adimensionnelles simplifiées*

Afin de simplifier l'étude, nous introduisons des grandeurs de référence nous conduisant à une présentation adimensionnelle des équations de transfert. Nous adoptons les grandeurs de référence suivantes:

- longueur: r_0 rayon de la sphère
- vitesse: U_0 vitesse asymptotique de chute libre de la particule sphérique
- température: T_p température du plasma à l'infini.

Toutes les quantités adimensionnelles, que nous caractérisons par un indice +, sont définies comme suit:

$$\left.\begin{aligned}
&r_+ = \frac{r}{r_0},\quad \vec{U}_+ = \frac{\vec{U}}{U_0},\quad T_+ = \frac{T}{T_p}\\
&K_+(T_+) = \frac{K(T)}{K(T_p)},\quad D_+(T_+) = \frac{D(T)}{D(T_p)},\\
&\rho_+(T_+) = \frac{\rho(T)}{\rho(T_p)},\quad \eta_+(T_+) = \frac{\eta(T)}{\eta(T_p)},\\
&h_{+p}(T_+) = \frac{h_p(T)}{h_p(T_p)},\quad h_{+v}(T_+) = \frac{h_v(T)}{h_p(T_p)}\\
&\alpha_+(T_+) = \frac{\alpha(T)}{\alpha(T_p)},\quad L_+(T_{+s}) = \frac{L(T_s)}{h_p(T_p)},\\
&\vec{g}_+ = \frac{\vec{g}}{g}\ (g\text{ accélération de la pesanteur})
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Introduisons les paramètres adimensionnels associés aux grandeurs adimensionnelles précédentes:

nombre de Reynolds:

$$Re = \frac{U_0 r_0}{\eta(T_p)}\rho(T_p) \quad (13)$$

nombre de Froude:

$$\mathscr{F} = \frac{U_0}{\sqrt{g r_0}} \quad (14)$$

nombre de Prandtl:

$$Pr = \frac{\eta(T_p)h_p(T_p)}{T_p K(T_p)} \quad (15)$$

nombre de Schmidt:

$$Sc = \frac{\eta(T_p)}{\rho(T_p)D(T_p)} \quad (16)$$

nombre de Lewis:

$$Le = Sc\,.\,Pr^{-1} \quad (17)$$

nombres de Peclet:

$$Pe_t = Re\,.\,Pr,\ Pe_d = Re\,.\,Sc \tag{18}$$

nombres de diffusion thermique:

$$\beta = \frac{s_d D(T_p)}{T_p K(T_p)},\quad \gamma = s_t T_p \tag{19}$$

paramètres de rayonnement:

$$N = \frac{\alpha(T_p)\sigma r_0^2 T_p^3}{K(T_p)},\quad N' = \frac{\sigma T_p^3 r_0}{K(T_p)} \tag{20}$$

pression adimensionnelle:

$$p_+ = \frac{Re\,.\,p}{\rho(T_p)U_0^2}. \tag{21}$$

Dans ce qui suit, s_d et s_t sont supposés indépendants de T. Nous adoptons la notation suivante:

F étant une fonction de T_+ nous notons:

pour $T_+ = \Theta$, $F(T_+) = F$

pour $T_+ = \Theta_s$, $F(T_+) = F_s$

Cependant, $\varepsilon(T_s)$ et $L_+(T_{+s})$ étant toujours pris à T_s ou T_{+s} nous simplifions notre notation en écrivant:

$\varepsilon(T_s) = \varepsilon$

$L_+(T_{+s}) = L_+$

Nous développons les équations adimensionnelles de transfert en cordonnées sphériques. Nous introduisons les opérateurs adimensionnels suivants, associés aux variables adimensionnelles précédentes:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{div}_+ &= r_0\,\mathrm{div} \\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}_+ &= r_0\,\overrightarrow{\mathrm{grad}} \\ \vec{\Delta}_+ &= r_0^2\,\vec{\Delta} \\ \overrightarrow{\mathrm{Rot}}_+ &= r_0\,\overrightarrow{\mathrm{Rot}} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

On obtient ainsi les équations adimensionnelles de transfert dans l'état quasi-stationnaire précédemment défini.

Transfert d'impulsion barycentrique:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{grad}}_+ p_+ = {} & \vec{\Delta}_+(\eta_+\vec{U}_+) - \vec{U}_+\Delta_+\eta_+ \\ & - (\overrightarrow{\mathrm{Rot}}_+\vec{U}_+)\Lambda\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\eta_+ + \tfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+(\eta_+\,\mathrm{div}_+\,\vec{U}_+) \\ & - (\mathrm{div}_+\,\vec{U}_+)\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,\eta_+ + \frac{Re}{\mathscr{F}^2}\rho_+\vec{g}_+ \end{aligned} \tag{23}$$

Conservation de masse:

$$\mathrm{div}_+\,\rho_+\vec{U}_+ = 0 \tag{24}$$

Transfert d'enthalpie:

$$\begin{aligned} Pe_t\,.\,\mathrm{div}_+(\rho_+ h_{+p}\vec{U}_+) = \mathrm{div}_+ \Big\{ & K_+\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,T_+ + \beta D_+\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,c + N'\varepsilon T_{+s}^4\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\frac{1}{r_+} + Le^{-1}\,.\,\rho_+ D_+\,.\,(h_{+v} - h_{+p}) \\ & \times [\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,c + \gamma c\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,T_+] \Big\} - 2N[2(\alpha_+ T_+^4 - 1) - \varepsilon(\alpha_{+s}T_{+s}^4 - 1)] \end{aligned} \tag{25}$$

Transfert de matière:

$$\begin{aligned} Pe_d\,.\,\mathrm{div}_+(\rho_+ c\vec{U}_+) \\ = \mathrm{div}_+[\rho_+ D_+(\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,c + \gamma c\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,T_+)]. \end{aligned} \tag{26}$$

Remarque. Dans le cas du plasma optiquement épais, ces mêmes équations peuvent être utilisées en remplaçant K_+ par K_{+e} avec

$$K_{+e} = \frac{K_e(T)}{K_e(T_p)}$$

et en faisant $N = 0$.

2. ETUDE DE L'EVAPORATION

2.1 *Généralités*

La résolution mathématique des équations de transfert (23)–(26) est complexe. Nous pouvons considérer que, parmi les phénomènes intervenant, tous n'ont pas la même importance suivant le diamètre de la particule. De plus, la résolution du problème dans le cas du plasma optiquement épais est plus simple que dans le cas du plasma optiquement mince, en ce qui concerne le calcul de l'effet du rayonnement du plasma.

Nous sommes donc conduits à décomposer le problème général en un ensemble de cas élémentaires que nous présentons dans les tableaux 1 et 2.

Dans ce qui suit, nous étudions *l'évaporation convective de fines particules sphériques dans un plasma optiquement mince pour de faibles fractions massiques en vapeur.*

Nous adoptons une méthode de perturbation pour résoudre le problème et nous décomposons la température et la fraction massique de la façon suivante:

$$T_+ = \Theta + \theta' + \theta''$$
$$c = C + c' + c''$$

Θ et C étant les valeurs de la température et de la fraction massique calculées en l'absence de rayonnement du plasma, d'effet Dufour et de convection forcée, θ' et c' étant les perturbations, en température et en fraction massique, dues au rayonnement et à l'effet Dufour, θ'' et c'' caractérisant les perturbations dues à la convection forcée.

Tableau 1. Plasma optiquement mince

Nature des phénomènes	Très fines sphères ($N, \beta, Pe \neq 0$)	Fines sphères (N, β, Pe faibles mais non négligeables)	Grosses sphères (N, β, Pe grands)
Rayonnement de la particule	Effet prépondérant (solution en Θ, C)	Effet prépondérant (solution en Θ, C)	Tous ces phénomènes peuvent avoir un effet d'importance équivalente
Conduction de Fourier			
Effet Soret			
Diffusion enthalpique			
Diffusion de Fick			
Rayonnement du plasma	Effet négligeable	Effet d'importance secondaire (perturbations θ', c')	
Effet Dufour			
Convection forcée	Effet négligeable	Effet d'importance secondaire (perturbations θ'', c'')	

Tableau 2. Plasma optiquement épais ($N = 0$, $K_+ \rightarrow K_{e+}$)

Nature des phénomènes	Très fines sphères ($\beta, Pe \neq 0$)	Fines sphères (β, Pe faibles mais non négligeables)	Grosses sphères (β, Pe grands)
Rayonnement de la particule	Effet prépondérant (solution en Θ, C)	Effet prépondérant (solution en Θ, C)	Tous ces phénomènes peuvent avoir un effet d'importance équivalente
Conduction de Fourier			
Effet Soret			
Diffusion enthalpique			
Diffusion de Fick			
Rayonnement du plasma	Effet négligeable	Effet d'importance secondaire (perturbations θ', c')	
Effet Dufour			
Convection forcée	Effet négligeable	Effet d'importance secondaire (perturbations θ'', c'')	

2.2 *Evaporation avec rayonnement du plasma, effet Dufour et convection négligeables*

Les équations (25) et (26) se réduisent alors aux expressions suivantes, avec

$$T_+ = \Theta, \quad c = C, \quad N = \beta = Pe = 0$$

$$\operatorname{div}_+\Big[K_+ \overline{\operatorname{grad}}_+ \Theta + Le^{-1}\rho_+ D_+(h_{+v}-h_{+p}) \times (\overline{\operatorname{grad}}_+ C + \gamma C\,\overline{\operatorname{grad}}_+ \Theta) + N'\varepsilon\Theta_s^4\,\overline{\operatorname{grad}}_+ \frac{1}{r_+}\Big] = 0 \quad (27)$$

$$\operatorname{div}_+[\rho_+ D_+(\overline{\operatorname{grad}}_+ C + \gamma C\,\overline{\operatorname{grad}}_+ \Theta)] = 0. \quad (28)$$

Nous utilisons les coordonnées sphériques, Θ et C ne dépendant que de r_+ par raison de symétrie. Les conditions aux limites sont les suivantes:

pour $r_+ = 1, \Theta = \Theta_s, C = C_s$
pour $r_+ \to \infty, \Theta \to 1, C \to 0$

Posons:

$$J_+ = -\rho_+ D_+\left(\frac{dC}{dr_+} + \gamma C\frac{d\Theta}{dr_+}\right) \quad (29)$$

$$\left.\begin{aligned} Q_{+c} &= -K_+\frac{d\Theta}{dr_+} - Le^{-1}.\rho_+ D_+(h_{+v}-h_{+p}) \times\left(\frac{dC}{dr_+}+\gamma C\frac{d\Theta}{dr_+}\right) \\ Q_{+r1} &= N'\varepsilon\Theta_s^4.\frac{1}{r_+^2}. \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

J_+ est la densité de flux adimensionnel de diffusion. Q_{+c} est la densité de flux adimensionnel de chaleur échangée par conduction. Q_{+r1} est la densité adimensionnelle de flux de rayonnement émis par la particule. Après une première intégration de (27) et (28) et élimination de la variable r_+ nous obtenons:

$$\frac{dC}{d\Theta} + \gamma C = \frac{K_+}{\rho_+ D_+\left[\dfrac{Q_{+cs}}{J_{+s}} - Le^{-1}(h_{+v}-h_{+p})\right]}. \quad (31)$$

La détermination du rapport Q_{+cs}/J_{+s} s'obtient en exprimant la condition thermique de vaporisation à la surface de la particule, soit:

$$Le^{-1}.L_+ J_{+s} = -[Q_{+cs}+Q_{+rs1}]. \quad (32)$$

D'où, en reportant dans (31) et en posant:

$$E = \frac{K_+}{\rho_+ D_+\left[\dfrac{L_+}{1+\dfrac{Q_{+rs1}}{Q_{+cs}}} + h_{+v} - h_{+p}\right]}. \quad (33)$$

la solution de (31) qui se présente sous la forme:

$$C = -Le\int_1^\Theta E(t)e^{-\gamma(\Theta-t)}\,dt. \quad (34)$$

Dans tout ce qui suit la variable t est utilisée comme variable intermédiaire d'intégration.

L'équation (27) donne (36) après première intégration et en posant:

$$\left.\begin{aligned} K^* &= K_+\frac{L_+}{L_+ + (h_{+v}-h_{+p})\left(1+\dfrac{Q_{+rs1}}{H_s}\right)} \\ H &= \int_1^\Theta K^*(t)\,dt \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

$$K^*\,d\Theta = -\frac{Q_{+cs}}{r_+^2}dr_+. \quad (36)$$

La distribution des températures est donc définie par l'expression suivante:

$$\frac{1}{r_+} = \frac{H}{H_s} = H_+. \quad (37)$$

La détermination de Θ_s se fait de la façon suivante: Dans (34) on spécialise Θ par Θ_{s0}, et on déduit d'après (35) la valeur de $Q_{+cs} = H_s$ pour $\Theta = \Theta_{s0}$ et, d'après (30), la valeur correspondante Q_{+rs1}. Reportant ces valeurs dans (34) on détermine C_{s0}.

La valeur de Θ_s correspondant à la solution est celle qui vérifie $C_s = C_{es}$, fraction massique de vapeur à la surface de la particule, pour la température de surface Θ_s, en équilibre avec la phase condensée. Les densités de flux adimensionnels de chaleur par conduction et de diffusion s'écrivent:

$$Q_{+c} = H_s H_+^2 \quad (38)$$

$$J_+ = -\frac{Le}{L_+}H_s H_+^2\left[1+\frac{Q_{+rs1}}{H_s}\right]. \quad (39)$$

Pour la suite des calculs nous poserons:

$$C^* = -\int_1^\Theta E(t)e^{-\gamma(\Theta-t)}\,dt. \quad (40)$$

2.3 *Influence du rayonnement du plasma et de l'effet Dufour*

Soient $\vec{j}'_+$ et $\vec{q}'_{+c}+\vec{q}'_{+r}$ les perturbations des densités de flux de diffusion et de chaleur dues à l'influence du rayonnement du plasma et de l'effet Dufour. Les équations (25) et (26) deviennent, après linéarisation relativement aux termes de perturbation:

$$\mathrm{div}_+\left\{K_+\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,\theta'+\theta'\left[\frac{\mathrm{d}K_+}{\mathrm{d}\Theta}\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,\Theta-Le^{-1}.\vec{J}_+.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Theta}(h_{+v}-h_{+p})-\frac{\mathrm{d}\vec{Q}_{+r1}}{\mathrm{d}\Theta}\right]\right\}$$
$$=Le^{-1}.\vec{j}'_+.\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,(h_{+v}-h_{+p})+F(\Theta)\quad(41)$$

$$-\mathrm{div}_+\,\vec{j}'_+=\mathrm{div}_+\left\{\theta'\rho_+D_+.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Theta}(\log\rho_+D_+)[\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,C+\gamma C\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,\Theta]\right.$$
$$\left.+\rho_+D_+[\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,c'+\gamma c'\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,\Theta+\gamma C\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,\theta']\right\}=0\quad(42)$$

$$F(\Theta)=2N[2(\alpha_+\Theta^4-1)-\varepsilon(\alpha_{+s}\Theta_s^4-1)]-\beta\,\mathrm{div}_+(D_+\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}_+\,C).\quad(43)$$

Les conditions aux limites dans cette approximation sont les suivantes:

pour $\Theta=\Theta_s$, $\theta'=\theta'_s$, $c'=c'_s$

pour $\Theta=1$, $\theta'=0$, $c'=0$.

2.3.1 *Calcul de θ' et c'*. Par suite de la symétrie sphérique, l'intégration de (42) donne (44):

$$\vec{j}'_+=\frac{\vec{j}'_{+s}}{r_+^2}.\quad(44)$$

Après une première intégration de (41) par rapport à r_+, et, compte-tenu de (36) permettent l'élimination de r_+ au profit de Θ, de (39) et (34) donnant J_+ et C en fonction de Θ, enfin après une nouvelle intégration par rapport à Θ, on obtient l'expression suivante de θ':

$$\theta'=NM_1+\beta.Le.M_2-Le^{-1}.j'_{+s}m_1+\frac{q'_{+cs}+q'_{+rs}}{L_+}m_2\quad(45)$$

La résolution de (44) par rapport à c' est alors possible compte-tenu de (45), (36), (34) après intégration par rapport à Θ. Il vient:

$$c'=N.Le.P_1+\beta.Le^2.P_2-j'_{+s}P_1^*+Le\frac{q'_{+cs}+q'_{+rs}}{L_+}P_2^*.\quad(46)$$

Les fonctions de Θ, $M_1, M_2, m_1, m_2, P_1, P_2, P_1^*, P_2^*$ sont définies de la façon suivante:

$$\left.\begin{aligned}G_1&=\frac{K^*}{H_s^2K_+}\int_1^\Theta\frac{2K^*(t)}{H_+^4(t)}\times\{2[\alpha_+(t)t^4-1]-\varepsilon[\alpha_{+s}\Theta_s^4-1]\}\,\mathrm{d}t\\ G_2&=\frac{D_+}{K_+}(E+\gamma C^*)\\ \Delta h_{+vp}&=\frac{h_{+v}-h_{+p}}{L_+}\end{aligned}\right\}\quad(47)$$

$$\left.\begin{aligned}I&=\int_1^\Theta\frac{K^{*2}(t)}{K_+(t)H(t)}\mathrm{d}t\\ R&=\frac{(\Delta h_{+vp}+1)\left(1+\frac{Q_{+rs1}}{H_s}\right)}{K_+}\exp\left(\frac{2Q_{+rs1}}{H_s}I\right)\\ M_1&=\int_1^\Theta\frac{R}{R(t)}.G_1(t)\,\mathrm{d}t\\ M_2&=\int_1^\Theta\frac{R}{R(t)}.G_2(t)\,\mathrm{d}t\\ m_1&=\int_1^\Theta\frac{R}{R(t)}.\frac{L_+K^*(t)}{H_sK_+(t)}\Delta h_{+vp}(t)\,\mathrm{d}t\\ m_2&=\int_1^\Theta\frac{R}{R(t)}.\frac{L_+K^*(t)}{H_sK_+(t)}\mathrm{d}t\end{aligned}\right\}\quad(48)$$

$$\left.\begin{aligned}\xi&=-\gamma C^*\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Theta}(\log R)+E\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Theta}(\log\rho_+D_+)\\ p_1&=\xi M_1-\gamma C^*G_1\\ p_2&=\xi M_2-\gamma C^*G_2\\ p_1^*&=\xi m_1-\left[\gamma C^*\frac{K^*L_+}{K_+H_s}\Delta h_{+vp}+\frac{K^*}{\rho_+D_+H_s}\right]\\ p_2^*&=\xi m_2-\gamma C^*\frac{K^*L_+}{K_+H_s}\end{aligned}\right\}\quad(49)$$

$$\left.\begin{aligned}P_1&=\int_1^\Theta e^{-\gamma(\Theta-t)}p_1(t)\,\mathrm{d}t\\ P_2&=\int_1^\Theta e^{-\gamma(\Theta-t)}p_2(t)\,\mathrm{d}t\\ P_1^*&=\int_1^\Theta e^{-\gamma(\Theta-t)}p_1^*(t)\,\mathrm{d}t\\ P_2^*&=\int_1^\Theta e^{-\gamma(\Theta-t)}p_2^*(t)\,\mathrm{d}t.\end{aligned}\right\}\quad(50)$$

Les constantes j'_{+s} et $q'_{+cs}+q'_{+rs}$ peuvent être calculées en fonction de θ'_s et c'_s en spécialisant dans (45) et (46) Θ par Θ_s. Leur expression est donnée par (51).

$$\left.\begin{aligned} q'_{+cs}+q'_{+rs} &= \frac{-L_+}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}\left[-\theta'_s P^*_{1s}+Le^{-1}.m_{1s}c'_s+N(M_{1s}P^*_{1s}-m_{1s}P_{1s})+\beta.Le(M_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P_{2s})\right] \\ j'_{+s} &= \frac{-1}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}\left[-\theta'_s.Le.P^*_{2s}+m_{2s}c'_s+N.Le(M_{1s}P^*_{2s}-m_{2s}P_{1s})+\beta.Le^2(M_{2s}P^*_{2s}-m_{2s}P_{2s})\right]. \end{aligned}\right\} \quad (51)$$

Après report dans (45) et (46), on obtient les expressions donnant les distributions de température et de fraction massique dans l'espace en fonction de θ'_s et de c'_s.

$$\left.\begin{aligned} \theta' &= \theta'_s\frac{m_2P^*_{1s}-m_1P^*_{2s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}+c'_s.Le^{-1}\frac{m_1m_{2s}-m_2m_{1s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}} \\ &\quad +N\left[M_1-M_{1s}\frac{m_2P^*_{1s}-m_1P^*_{2s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}+P_{1s}\frac{m_2m_{1s}-m_1m_{2s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}\right] \\ &\quad +\beta.Le\left[M_2-M_{2s}\frac{m_2P^*_{1s}-m_1P^*_{2s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}+P_{2s}\frac{m_2m_{1s}-m_1m_{2s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}\right] \\ c' &= c'_s\frac{m_{2s}P^*_1-m_{1s}P^*_2}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}+\theta'_s.Le\frac{P^*_{1s}P^*_2-P^*_1P^*_{2s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}} \\ &\quad +N.Le\left[P_1-P_{1s}\frac{m_{2s}P^*_1-m_{1s}P^*_2}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}+M_{1s}\frac{P^*_1P^*_{2s}-P^*_{1s}P^*_2}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}\right] \\ &\quad +\beta.Le^2\left[P_2-P_{2s}\frac{m_{2s}P^*_1-m_{1s}P^*_2}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}+M_{2s}\frac{P^*_1P^*_{2s}-P^*_2P^*_{1s}}{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (52)$$

2.3.2 *Calcul de θ'_s et c'_s.* Le problème sera entièrement déterminé lorsqu'on aura calculé θ'_s et c'_s en écrivant, d'une part la condition thermique de vaporisation à la surface, d'autre part que le point de coordonées

$$\left.\begin{aligned}\Theta_s+\theta'_s \\ C_s+c'_s\end{aligned}\right\}$$

appartient à la courbe C_{es}. La condition thermique de vaporisation à la surface s'écrit:

$$Le^{-1}\left(L_+j'_{+s}+\theta'_sJ_{+s}.\frac{\mathrm{d}L_+}{\mathrm{d}\Theta_s}\right) = -(q'_{+cs}+q'_{+rs}). \quad (53)$$

Compte-tenu de (40) et de (51) il vient:

$$c'_s = \theta'_s.Le\left[\frac{P^*_{1s}+P^*_{2s}}{m_{1s}+m_{2s}}-\frac{m_{2s}P^*_{1s}-m_{1s}P^*_{2s}}{m_{1s}+m_{2s}}.\frac{H_s+Q_{+rs1}}{L_+}.\frac{\mathrm{d}\log L_+}{\mathrm{d}\Theta_s}\right] \\ +N.Le\left[P_{1s}-M_{1s}\frac{P^*_{1s}+P^*_{2s}}{m_{1s}+m_{2s}}\right]+\beta.Le^2\left[P_{2s}-M_{2s}\frac{P^*_{1s}+P^*_{2s}}{m_{1s}+m_{2s}}\right]. \quad (54)$$

En ce qui concerne la seconde condition on peut écrire, en négligeant les infiniment petits du second ordre:

$$c'_s = \theta'_s\frac{\mathrm{d}C_{es}}{\mathrm{d}\Theta_s}. \quad (55)$$

La résolution du système des équations (54) et (55) permet le calcul de θ'_s et c'_s:

$$\left.\begin{aligned}\theta'_s &= \beta F_{1Ts}+NF_{2Ts} \\ c'_s &= \beta F_{1cs}+NF_{2cs}\end{aligned}\right\} \quad (56)$$

avec:

$$\left.\begin{aligned}
F_{1Ts} &= X_s^{-1}\,.\,Le\left[P_{2s}-M_{2s}\frac{P_{1s}^*+P_{2s}^*}{m_{1s}+m_{2s}}\right]\\
F_{2Ts} &= X_s^{-1}\left[P_{1s}-M_{1s}\frac{P_{1s}^*+P_{2s}^*}{m_{1s}+m_{2s}}\right]\\
F_{1cs} &= Y_s^{-1}\,.\,Le\left[P_{2s}-M_{2s}\frac{P_{1s}^*+P_{2s}^*}{m_{1s}+m_{2s}}\right]\\
F_{2cs} &= Y_s^{-1}\left[P_{1s}-M_{1s}\frac{P_{1s}^*+P_{2s}^*}{m_{1s}+m_{2s}}\right]\\
Z_s &= \frac{P_{1s}^*+P_{2s}^*}{m_{1s}+m_{2s}}-\frac{m_{2s}P_{1s}^*-m_{1s}P_{2s}^*}{m_{1s}+m_{2s}}\\
&\quad .\frac{H_s+Q_{+rs1}}{L_+}\,.\,\frac{\mathrm{d}\log L_+}{\mathrm{d}\Theta_s}\\
X_s &= Le^{-1}\,.\,\frac{\mathrm{d}C_{es}}{\mathrm{d}\Theta_s}-Z_s\\
Y_s &= Le^{-1}-\left(\frac{\mathrm{d}C_{es}}{\mathrm{d}\Theta_s}\right)^{-1}.\,Z_s.
\end{aligned}\right\} \quad (57)$$

Le problème est entièrement défini, autant en ce qui concerne le calcul de θ_s' et c_s' que la détermination de la distribution des températures et des fractions massiques dans l'espace. La détermination de $T_{+s} = \Theta_s + \theta_s'$ peut se faire graphiquement.

Elle comporte les étapes suivantes:

—tracé de la courbe $C_e(\Theta)$ – donnée expérimentale

—tracé de la courbe $C(\Theta)$ d'après (34).

Leur intersection donne Θ_s et C_{es}

—tracé de la droite d'équation (54) dans des axes parallèles aux premiers passant par (Θ_s, C_s).

L'intersection de cette droite avec la courbe $C_e(\Theta)$ ou sa tangente au point (Θ_s, C_s) définit le point (θ_s', c_s').

Remarque. Soit r_{0i} le rayon de la particule à l'instant initial correspondant à l'établissement de l'état stationnaire, et r_0 le rayon à l'instant τ.

Posons:

$$r_{0+} = \frac{r_0}{r_{0i}}. \quad (58)$$

Il vient:

$$\left.\begin{aligned}
N &= \frac{\alpha(T_p)\sigma T_p^3 r_{0i}^2 r_{0+}^2}{K(T_p)} = N_i r_{0+}^2\\
N' &= \frac{\sigma T_p^3 r_{0i} r_{0+}}{K(T_p)} = N_i' r_{0+}.
\end{aligned}\right\} \quad (59)$$

N_i' et N_i sont les paramètres de rayonnement à l'instant initial, N' et N ceux à l'instant τ, pour le rayon r_0. Compte-tenu de (56) on peut écrire:

$$\left.\begin{aligned}
T_{+s} &= \Theta_s + \beta F_{1Ts} + r_{0+}^2 N_i F_{2Ts}\\
c_s &= C_s + \beta F_{1cs} + r_{0+}^2 N_i F_{2cs}.
\end{aligned}\right\} \quad (60)$$

Dans (60) Θ_s et C_s sont fonction de r_{0+} du fait que $Q_{+rs1} = N_i' r_{0+} \sigma\varepsilon\Theta_s^4$.

2.3.3 *Paramètres d'échange.* Nous pouvons définir deux paramètres d'échange fondamentaux:

Le nombre de Sherwood pour le transfert de matière défini par:

$$Sh = 2\frac{J_{+s}+j'_{+s}}{c_s D_+(T_{+s})}. \quad (61)$$

Le nombre de Nusselt pour le transfert de chaleur défini par:

$$Nu = \frac{2[Q_{+cs}+q'_{+cs}+q'_{+rs}+Q_{+rs1}]}{(T_{+s}-1)K_+(T_{+s})}. \quad (62)$$

Lorsque $r_0 \to 0$, $Q_{+rs1} \ll |Q_{+cs}|$ et Θ_s est pratiquement indépendant de r_0. Compte-tenu de (60) et de (51) on peut alors écrire:

$$\left.\begin{aligned}
Sh &= Sh_{0s}(1+\beta\,.\,Sh_{1s}+r_{0+}^2 N_i\,.\,Sh_{2s})\\
Nu &= Nu_{0s}(1+\beta\,.\,Nu_{1s}+r_{0+}^2 N_i\,.\,Nu_{2s})
\end{aligned}\right\} \quad (63)$$

avec:

$$Sh_{0s} = 2\frac{J_{+s}}{C_s D_{+s}}, \quad Nu_{0s} = 2\frac{Q_{+cs}}{(\Theta_s-1)K_{+s}}. \quad (64)$$

Les paramètres Sh_{1s}, Sh_{2s}, Nu_{1s}, Nu_{2s} sont fonction de Θ_s mais pas de r_{0+}.

2.3.4 *Durée de vie de la particule.* Dans le cas général le flux massique d'évaporation à la surface de la goutte peut se mettre sous la forme:

$$j_{+s} = J_{+s} + j'_{+s}. \quad (65)$$

Soit τ^* un temps caractéristique de la durée de vie de la particule, défini par:

$$\tau^* = \frac{r_{0i}^2 \mu}{2D(T_p)\rho(T_p)}. \quad (66)$$

Avec μ, masse volumique de la particule, de température uniforme dans son volume, supposée indépendante de la température.

Dans ces conditions, l'équation différentielle caractérisant la variation du rayon de la particule au cours du temps se présente sous la forme:

$$j_{+s} = -\tau^* \frac{\mathrm{d}r_{0+}^2}{\mathrm{d}\tau}. \quad (67)$$

La solution générale de (67) est alors:

$$\tau = -\tau^* \int_1^{r_{0+}} \frac{\mathrm{d}r_{0+}^2}{j_{+s}}. \quad (68)$$

On en déduit la durée de vie de la particule τ_0 en spécialisant dans (68) r_{0+} par 0.

2.3.5 *Cas particulier du fluide à propriétés physiques constantes en l'absence de rayonnement du plasma et d'effet Dufour.* Dans ce cas, on peut calculer de façon simple les paramètres d'échange et la durée de vie de la particule.

$$Nu = Nu_{0s} = \frac{2}{\Theta_s - 1}\left[\int_1^{\Theta} \frac{dt}{1+\Delta h_{+vp}(t)} + Q_{+rs1}\right]. \quad (69)$$

Pour un fluide à propriétés physiques constantes on peut écrire:

$$\Delta h_{+vp} = \frac{\dfrac{C_{pv}}{C_{pp}} - 1}{L_+}\,\Theta = \delta\Theta. \quad (70)$$

C_{pv}, C_{pp}, sont les capacités calorifiques à pression constante de la vapeur et du plasma, supposées indépendantes de la température. D'où l'expression de Nu_{0s}:

$$Nu_{0s} = \frac{2}{\delta(\Theta_s - 1)} \times \left\{\log\left[1 + \frac{\delta}{1+\delta}(\Theta_s - 1)\right] + \delta Q_{+rs1}\right\}. \quad (71)$$

De même:

$$Sh = Sh_{0s} = \frac{\displaystyle\int_1^{\Theta_s} \frac{dt}{1+\Delta h_{+vp}(t)[1+Q_{+rs1}/H_s]}}{\displaystyle\int_1^{\Theta_s} \frac{e^{-\gamma(\Theta_s - t)}\,dt}{1+\Delta h_{+vp}(t)[1+Q_{+rs1}/H_s]}}.$$

La limite de Sh_{0s}, lorsque $\gamma \to 0$ est 2, résultat bien connu. En ce qui concerne la durée de vie de la particule, il vient:

$$\tau_0 = Le^{-1}.\tau^* \int_0^1 \frac{dr_{0+}^2 L_+}{H_s + Q_{+rs1}}. \quad (72)$$

Dans le cas particulier où $Q_{+rs1} \ll |H_s|$, Θ_s ne dépend plus de r_{0+} et l'on obtient alors pour τ_0:

$$\tau_0 = \frac{r_{0i}^2 \mu L}{K(T_p) Nu_{0s}(T_p - T_s)}. \quad (73)$$

Ce résultat est classique, avec Nu_{0s} donné par (71).

CONCLUSION

Nous avons défini et calculé les flux de chaleur et de matière lors de l'évaporation d'une particule sphérique dans un plasma thermique à propriétés physiques variables, quelle que soit la complexité des équations d'état, à condition qu'elles ne soient fonction que de la température. En outre, nous avons calculé la température de surface de la particule dans le cas d'une évaporation en présence de rayonnement, d'effet Dufour et Soret et de diffusion enthalpique, en tenant compte de la variation du rayon de la particule. La mesure physique de la température de surface peut donc permettre de vérifier, de façon directe, les présents calculs théoriques.

BIBLIOGRAPHIE

1. S. R. De Groot et P. Mazur, *Non-Equilibrium Thermodynamics*. North Holland, Amsterdam (1969).
2. R. Haase, *Thermodynamics of Irreversible Processes*. Addison-Wesley, Reading, Mass. (1969).
3. H. A. Lord et V. S. Arpaci, Effect of nongray thermal radiation on laminar forced convection over a heated horizontal plate, *Int. J. Heat Mass Transfer* **13**, 1737–1751 (1970).
4. E. M. Sparrow et R. D. Cess, *Radiation Heat Transfer*. Brooks/Cole, Monterey (1970).

THEORETICAL STUDY OF THE EVAPORATION OF A SPHERICAL PARTICLE FROM A REFRACTORY MATERIAL INSIDE A THERMAL PLASMA

Abstract—Theoretical study of heat and mass transfer, during evaporation of a spherical super-refractory particle inside a thermal plasma, is made with variable physical properties of the fluid (plasma).

A general solution of evaporation, at low Reynolds and Peclet numbers, is given, which takes in account not only Soret effect, enthalpic diffusion and radiation from the particle but also radiation from the plasma and Dufour effect when their respective contributions are faint.

THEORETISCHE UNTERSUCHUNG DER VERDAMPFUNG EINES SUPER-FEUERFESTEN KUGELFÖRMIGEN TEILCHENS INNERHALB EINES THERMISCHEN PLASMAS

Zusammenfassung—Der Wärme- und Stoffaustausch während der Verdampfung eines kugelförmigen, sehr feuerfesten Teilchens innerhalb eines thermischen Plasmas wurde bei verschiedenen physikalischen Eigenschaften des Fluids (Plasma) untersucht.

Es wird eine allgemeine Lösung für die Verdampfung bei niedrigen Reynolds-und Pécletzahlen gegeben, die nicht nur SOERT-Effekt, Enthalpiediffusion und Strahlung des Teilchens, sondern Strahlung und DUFOUR-Effekte auch berücksichtigt, wenn ihre entsprechenden Anteile nur schwach sind.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИСПАРЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ СВЕРХОГНЕУПОРНОЙ ЧАСТИЦЫ В ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Аннотация — Проведено теоретическое исследование тепло- и массообмена при испарении сферической сверхогнеупорной частицы в термической плазме с переменными физическими свойствами. Приводится общее решение для испарения при малых числах Рейнольдса и Пекле, учитывающее не только эффект Соре, диффузию энтальпии и излучение частицы, но также излучение плазмы и эффект Дюфо при их минимальном проявлении.